

Möglichkeiten und Grenzen von Diskretisierungsverfahren bei der Verbesserung der Leistungsfähigkeit von Automobil-Reifen

Rothert, Heinrich

Veröffentlicht in:
Jahrbuch 1987 der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.181-199



Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

Möglichkeiten und Grenzen von Diskretisierungsverfahren bei der Verbesserung der Leistungsfähigkeit von Automobil-Reifen*

Von **Heinrich Rotherth**, Universität Hannover

Herr Präsident!

Meine sehr verehrten Damen und Herren!

Liebe Kollegen!

Es ist ziemlich genau zehn Jahre her, als mich der Technische Vorstand eines bedeutenden deutschen Industrieunternehmens vor die Entscheidung stellte, ob ich als Gutachter in einem großen Strafprozeß tätig werden wolle. In diesem Verfahren gehe es um die Aufklärung der Ursache für eine Vielzahl von Verkehrstoten, die nach Meinung der Staatsanwaltschaft auf das Konto falsch konstruierter Automobil-Reifen zurückzuführen seien.

Da ich zu diesem Zeitpunkt, wie die Mehrzahl der hier Anwesenden, nicht viel mehr wußte, als daß die meisten Reifen schwarz sind und daß jeder Pkw über vier Reifen an den Achsen und über einen Ersatzreifen im Kofferraum verfügt, erschien mir meine Frage, wie man gerade auf mich käme, durchaus berechtigt. „Nun“, hieß es, „als Schüler des berühmtesten deutschen Schalenfachmanns, Professor Zerna, und selbst ausgewiesen durch eine Vielzahl von Veröffentlichungen und ausgeführten Bauwerken auf diesem Gebiet, müssen Sie ja wohl *Schalen* berechnen können – und Reifen sind schließlich nichts anderes als Schalen! Zum anderen machen Sie gerade die Bauüberwachung für das größte Siedewasser-Kernkraftwerk der Welt in Krümmel bei Hamburg, und so sind Sie ja wohl mit der Problematik von Sicherheit und Restrisiko bestens vertraut.“

Sie werden sich fragen, meine Damen und Herren, warum ich Ihnen dies erzähle; nun, zum einen, um mich in der Trilogie der heutigen Vorträge, die sich mit der Anwendung und Auswirkung moderner Berechnungsverfahren auf Konstruktionen befassen, fachlich einzuordnen, und zum zweiten, um meine tiefempfundene Verehrung meinen wissenschaftlichen Leitbildern, den Herren Argyris und Zerna, auszudrücken, ohne deren Einfluß auf meinen beruflichen Werdegang ich sicherlich nicht Mitglied dieser Akademie geworden wäre. Vielleicht ist es mehr als ein Zufall, daß der Name des einen mit A und der des anderen mit Z beginnt – alle anderen müssen gemäß der Reihenfolge des Alphabets dazwischen liegen, ausgenommen der heute zu ehrende Kollege Zienkiewicz, der im Alphabet geringfügig weiter außen liegt.

* Gekürzte Fassung eines Vortrags, der im Rahmen der die Feierliche Jahresversammlung begleitenden öffentlichen wissenschaftlichen Vortragsveranstaltung am 12. 6. 1987 gehalten wurde.

Der Hauptgrund meines Hinweises auf den spektakulären Reifenprozeß, an dem übrigens auch der hier anwesende Kollege Stein als Gutachter erfolgreich teilnahm, liegt zum einen darin, daß ich Sie, meine verehrten Zuhörer, für einen Augenblick daran erinnern möchte, daß es den absolut sicheren Reifen auch heute noch nicht gibt. Zum anderen wurde meines Wissens bei diesem Prozeß von Herrn Stein und mir erstmalig bei einer Reifenberechnung die Methode der finiten Elemente, die sogenannte FEM, angewendet, an deren Entwicklung und Einsatz bei Ingenieurkonstruktionen die Kollegen Argyris und Zienkiewicz maßgeblich beteiligt waren und die ja bekanntlich zu den Vätern der FEM gehören. Aber ich möchte der heutigen Laudatio nicht vorgreifen.

Und was hat ein Statik-Ordinarius mit der Reifenberechnung zu tun? Nun, erstens hat mir Professor Zerna vom ersten Tag meiner Assistententätigkeit bei ihm klar gemacht, daß ein guter Bauingenieur jedes Problem lösen kann. Zum anderen handelt es sich beim rollenden Reifen wahrscheinlich um die komplizierteste Schalenstruktur, also gerade um die Herausforderung für jemanden, der sich mit solchen Strukturen

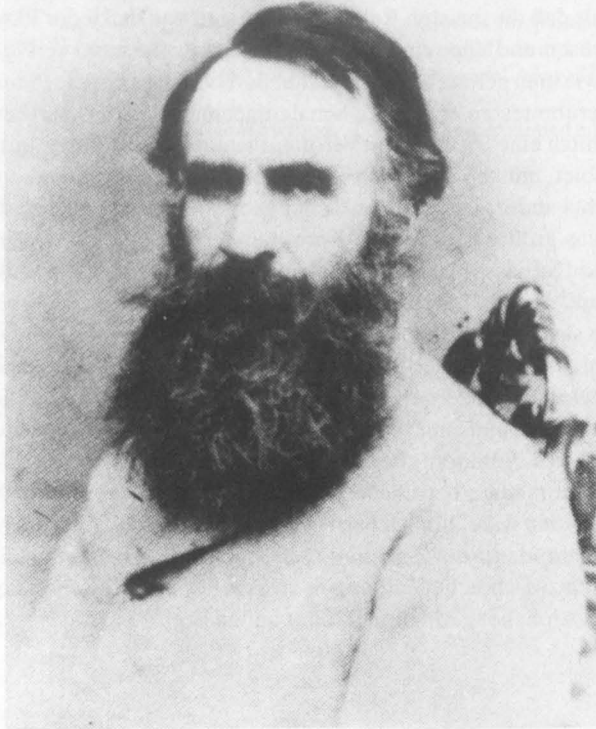


Abb. 1:
Robert William Thomson (1822–1873)

befaßt. Und schließlich hatte ich das Glück, nach dem gewonnenen Reifenprozeß sowohl von der Reifenindustrie als auch vom Bundesforschungsministerium umfangreiche Forschungsmittel für die Weiterentwicklung von Reifen, insbesondere auf dem Gebiet der Reifenberechnung, zu erhalten.

Leider sterben auch heute noch viele Menschen an den Folgen versagender Reifen. Und da dies wegen der weiten Verbreitung des Pkws praktisch jedem zustoßen kann, erscheint es mir wichtig, Sie in der gebotenen Kürze über die Möglichkeiten und Grenzen von Diskretisierungsverfahren bei der Berechnung zur Verbesserung der Leistungsfähigkeit von Automobil-Reifen zu unterrichten.

Die ältesten bekannten Aufzeichnungen über die Verwendung von gummiähnlichen Körpern finden wir in Ägypten aus der Zeit um 700 v. Chr. Es handelt sich dabei um die in Stein gemeißelten Bilder von mit springenden Bällen spielenden Knaben. Von den Indianern Mittel- und Südamerikas sind uns ähnliche Darstellungen aus dem 13. Jahrhundert, also 2000 Jahre später, überliefert. Etwa zur selben Zeit wird in Italien vom Universalgenie Leonardo da Vinci (1452–1519) das Prinzip von der Komprimierbarkeit der Luft formuliert und über die Wirkungsweise diskutiert, wie dies im Codex Leicester nachzulesen ist.

Es vergingen aber noch über 300 Jahre, bis der Amerikaner C. Goodyear 1839 durch Zufall die positive Wirkung von Schwefel auf Gummi bei hohen Temperaturen

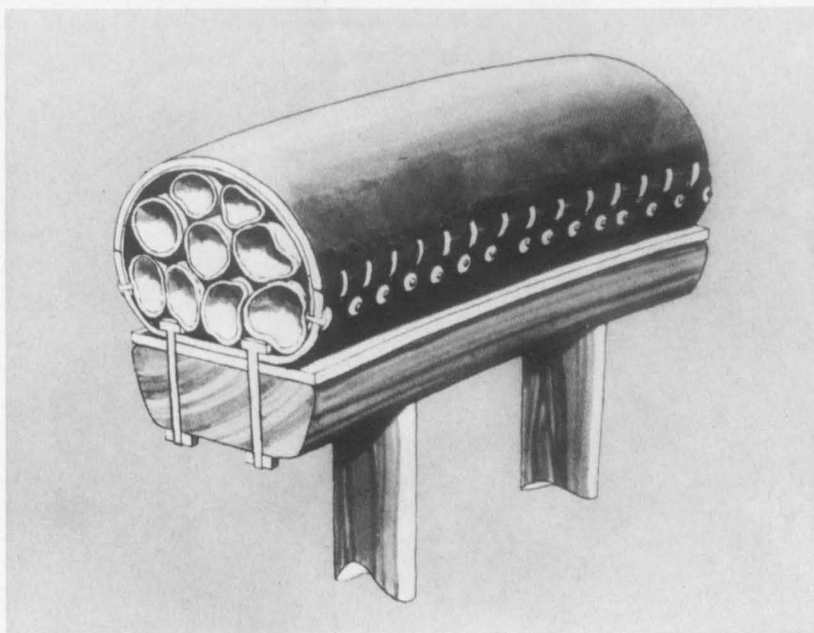


Abb. 2:
Aerial Wheel nach Thomson

entdeckte. Nach dem altitalischen Gott des Feuers Vulcanus nannte er seine Entdeckung Vulkanisation.

Wenige Jahre später machte dann der schottische Eisenbahn-Ingenieur R. W. Thomson (Abb. 1) die für die Reifenentwicklung wichtigsten Erfindungen. Bereits in seinem britischen Patent Nr. 10990 von 1845 steht

„The nature of my said Invention consists in the application of elastic bearings round the tires of the wheels of carriages, for the purpose of lessening the power required to draw the carriages, rendering their motion easier, and diminishing the noise they make when in motion.“

Selten wurden so viele brillante Ideen in nur 46 Wörtern ausgedrückt. Dem von ihm entwickelten „aerial wheel“ (Abb. 2) blieb jedoch der wirtschaftliche Erfolg versagt.

Fast 50 Jahre später erst wurden von dem in Nordirland tätigen schottischen Tierarzt J. B. Dunlop (Abb. 3) 1888 der Fahrrad-Luftreifen (Abb. 4) und 1895 der Automobil-



Abb. 3:
John Boyd Dunlop (1840–1921)

Luftreifen erfunden, oder genauer gesagt, der Fahrradreifen wurde ohne Kenntnis von Thomsons Arbeiten wieder erfunden.

Es begann also alles erst vor 100 Jahren. Und ich möchte unter Anspielung auf das Heimatland der verehrten Gattin unseres heutigen Ehrengastes betonen, daß beide Erfinder Schotten waren.

Zur selben Zeit konstruierten die Gebrüder A. und E. Michelin (Abb. 5) 1895 den ersten Automobil-Luftreifen in Frankreich und B.F. Goodrich 1896 in den USA – notabene 10 Jahre, nachdem C. Benz 1886 mit dem ersten Automobil durch Mannheim fuhr. Im Jahr 1899 durchbricht Jenatzky mit seinem Elektro-Fahrzeug „La Jamais Contente“ („die nie Zufriedene“) die 100-km/Std-Grenze auf Michelin-Reifen mit dehnbaren Wülsten (d.h. ohne Drahtkern). In dieser Zeit betrug der Preis für eine normale Bereifung mehr als 25% des Kaufpreises des Autos, und ihre Lebensdauer lag bei etwa 1000 km.

Vieles ist in diesen knapp 90 Jahren getan worden, um die Leistungsfähigkeit des Automobil-Reifens zu verbessern, worauf ich aber aus Zeitgründen heute nicht eingehen kann. Andererseits stehen wir möglicherweise an der Schwelle zu einer revolutionären Veränderung des Rad-Reifen-Systems. Da es sich hierbei einerseits um eine deutsche Erfindung handelt und ich andererseits das Glück habe, an dieser Entwicklung ein ganz klein wenig mitzuwirken, möchte ich für meine weiteren Ausführungen diesen neuen Reifentyp in den Mittelpunkt rücken.

Sie alle kennen Autoreifen – aber auch im Querschnitt? Heute hat der Radialreifen (Abb. 6) den Diagonalreifen fast vollständig verdrängt. Wie geht es weiter? Was man in

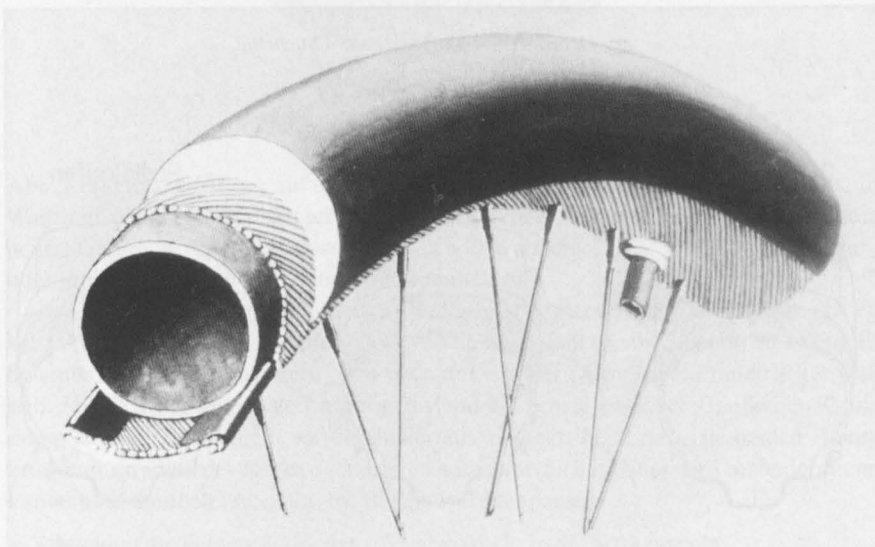


Abb. 4:
Dunlops „Mummy“-Reifen

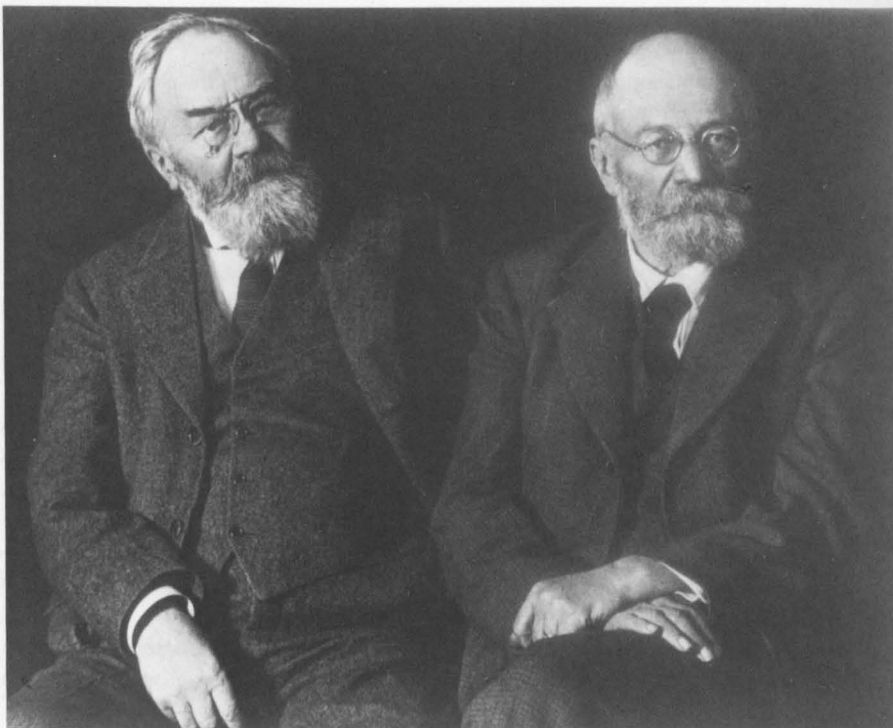
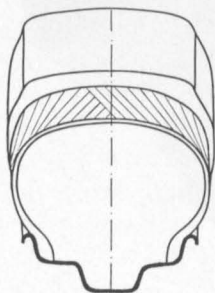
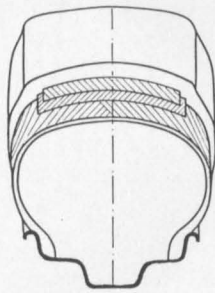


Abb. 5:
Die Gebrüder Edouard und André Michelin

Diagonalreifen



Semigürtelreifen



Radialreifen

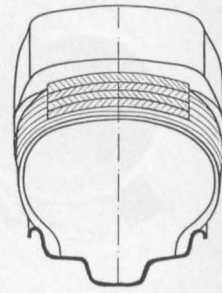


Abb. 6:
*Prinzip-Skizzen für Grundtypen derzeitiger Reifen
(Aufbau im Querschnitt)*



Abb. 7:
Ansicht des neuen Rad-Reifen-Systems CTS

Abb. 7 erkennt, sieht nur auf den ersten Blick wie ein handelsüblicher Reifen aus. In Wahrheit verbirgt sich dahinter eine revolutionäre Neuentwicklung der Firma Continental Gummiwerke AG, die wahrscheinlich 1988 als sog. „CTS“ („Conti-tire-system“) oder „InTegral-Reifen“ auf den Markt kommen wird.

Im Vergleich des konventionellen Reifens (Abb. 8a) mit dem CTS (Abb. 8b) erkennt man, daß der neue Reifen nicht von außen, sondern von innen in die ebenfalls neuentwickelte Felge eingreift. Das bedeutet von der Differentialgeometrie her, daß sich der CTS bei jedem Verformungszustand als Schale positiver Gaußscher Krümmung darstellt. Allgemein verständlicher ausgedrückt, heißt das: Die beiden Hauptkrümmungsradien der Karkasse haben dasselbe Vorzeichen. Dies wird besonders beim Pannelauf deutlich (Abb. 9a, b). Bei einer Reifenpanne

- schneiden die Felgenränder des CTS nicht mehr in die Karkasse ein,
- vielmehr läuft die Felge als zweigeteilte Walze wie auf einer Raupenkette,
- die seitliche Karkasse berührt nicht mehr den Boden,

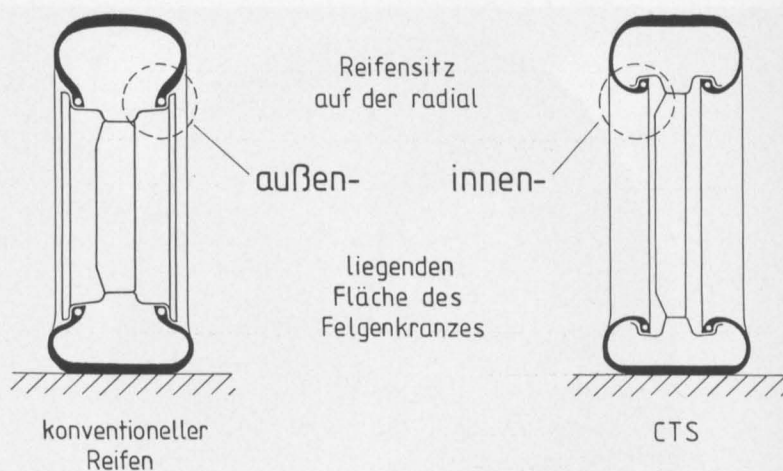


Abb. 8:
Querschnitt von konventionellem Reifen und CTS, Prinzip-Skizze

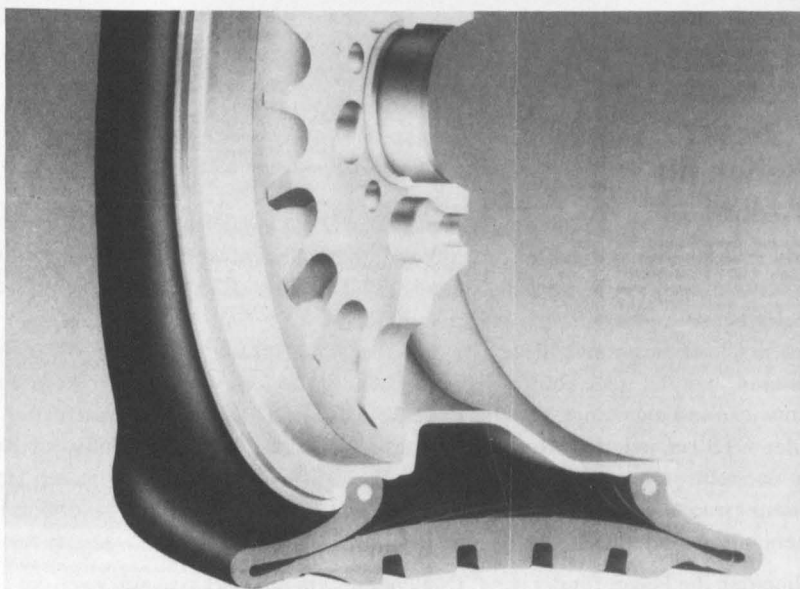


Abb. 9a:
Pannenlauf des konventionellen Reifens

so daß bei Pannenlauf, z.B. bei Tempo 80 km/h derzeit bis zu 400 km sicher weitergefahren werden kann.

Ein Traum des Autofahrers geht in Erfüllung! Er kann in Zukunft auf das fünfte Rad am Wagen verzichten. Der Reservereifen könnte zukünftig überflüssig werden.

Dennoch reicht dieser unübersehbare Vorteil des CTS gegenüber herkömmlichen Reifen wahrscheinlich noch nicht aus, um die Konkurrenz aus dem Felde zu schlagen und den Käufer nachhaltig zu überzeugen. Auch andere Reifeneigenschaften, wie geringer Rollwiderstand, gutes Verhalten beim Aquaplaning oder Langlebigkeit, müssen hinzukommen. Mit anderen Worten, die Leistungsfähigkeit des Reifens muß zusätzlich gesteigert werden.

So brillant die Grundidee der Conti-Ingenieure ist, so dornenreich ist der Weg bis zum großtechnischen Einsatz des neuen Rad-Reifen-Systems. Trotz der gebotenen Eile bei der Entwicklung und der volkswirtschaftlichen Bedeutung des neuen Reifentyps stehen nach wie vor an oberster Stelle der gesellschaftlichen Erwartungswerte an den verantwortungsbewußten Ingenieur Sicherheit und Zuverlässigkeit seiner Konstruktion. Dieser Forderung wird beim CTS dadurch entsprochen, daß neben die konstruktive Entwicklung und die versuchsmäßige Erprobung eine umfangreiche theoretisch-numerische Bearbeitung tritt.

Meine Aufgabe bestand und besteht darin, theoretisch abgesicherte Berechnungsmodelle zu entwickeln und Rechenprogramme zu erstellen, um die Konstrukteure bei der Formgebung und Konstruktion des neuen Rad-Reifen-Systems zu beraten. Lang-

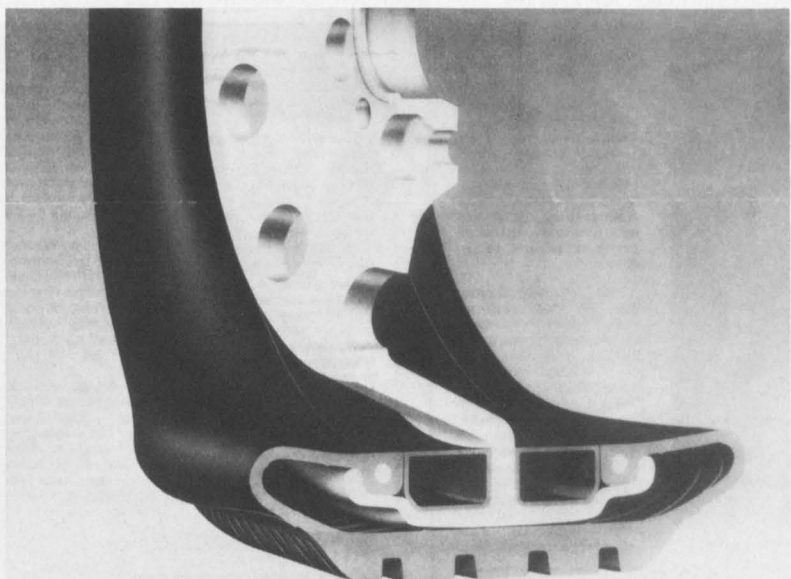


Abb. 9b:
Pannenlauf des CTS-Reifens

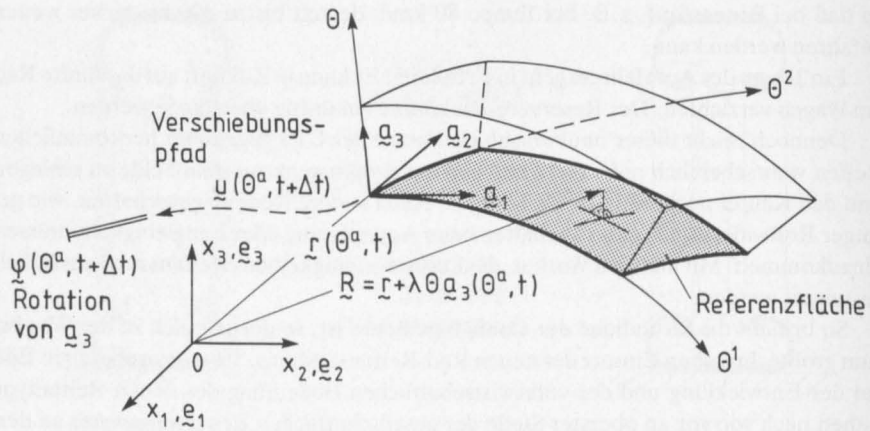


Abb. 10:
Kontaktproblem-orientierte Schalentheorie

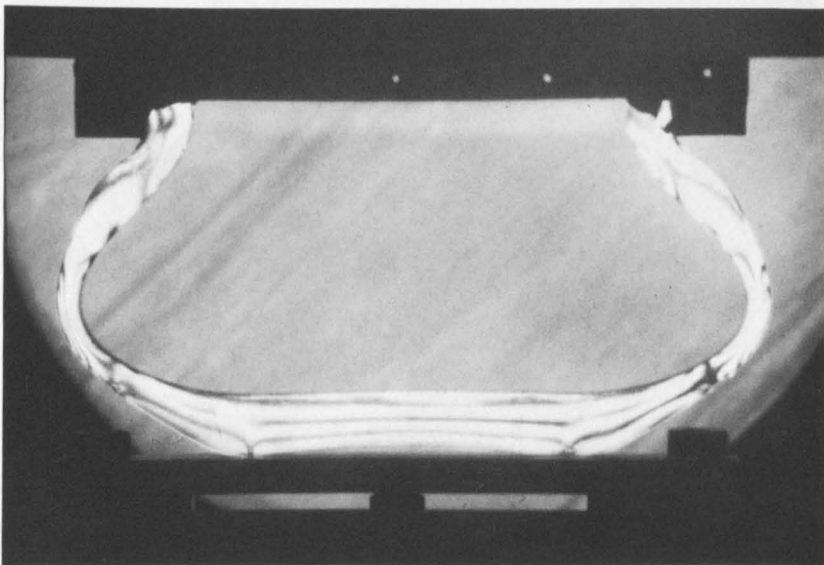


Abb. 11:
Spannungsoptische Untersuchung eines Reifenabschnitts aus Polyuräthan

wierige Testserien an teuren Prototypen sollten reduziert, Fehlversuche möglichst vermieden und der im wesentlichen interessierende Spannungs- und Verformungszustand des neuen Reifens vorab bekannt sein.

Ein Zerna- und Pflüger-Schüler besinnt sich bei solcher Aufgabenstellung auf die Schalentheorie. Die bekannte Formulierung bei baustatischen Problemen wird auf die zunächst wesentlichste Fragestellung: Wie verhält sich die Reifenschale in der Aufstandsfläche? umgeschrieben (Abb. 10 u. [1]).

Richtscheema für meine Vorgehensweise bei dieser komplexen Aufgabe war und ist die von I. Newton formulierte Erkenntnis, daß ein begrenztes, überschaubares Experiment häufig besser ist als die umfassende Hypothese.

Bei der Beurteilung der vorzunehmenden Modellbildung war die spannungsoptische Untersuchung an einem Reifenabschnitt aus Polyuräthan hilfreich (Abb. 11). Unter dem Gesichtspunkt üblicher Spannungsverteilungen in Schalen raubte mir dieses Ergebnis an einem homogen, zweidimensionalen Problem bereits die ersten Illusionen auf schnelle Ergebnisse mit herkömmlichen Rechenprogrammen. Der tatsächliche Reifenaufbau mit seinen etwa 50 verschiedenen Materialkomponenten (in Abb. 12 sind nur die wesentlichsten dargestellt), wobei die Haupt-Komponenten Stahl, Kunstfaser und Gummi jeweils um mehrere Zehnerpotenzen bei ihren Elastizitätsmoduli auseinanderliegen, macht einen Bauingenieur sehr bescheiden. Er erkennt in diesem Augenblick, warum z.B. die Maschinenbauer so viel von Empirie und so vergleichsweise wenig vom Berechnen halten.

Das Globalverhalten (vgl. Abb. 13) des nur durch Innendruck belasteten Reifens läßt sich bereits mit den Mitteln der Stabstatik (Abb. 14) in erster Näherung zufriedenstellend beantworten.

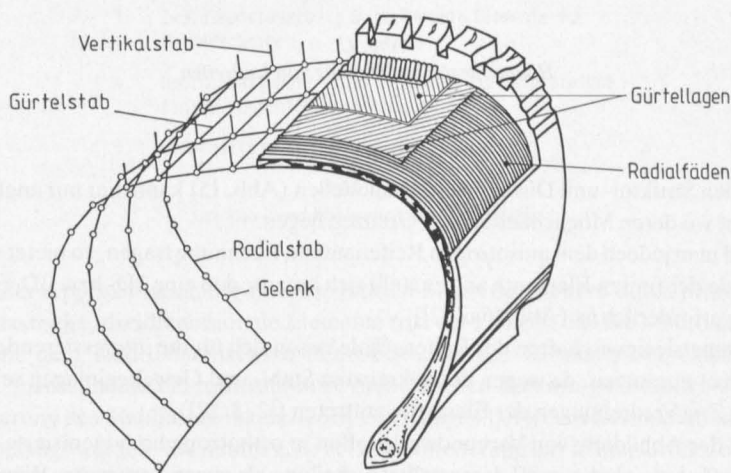


Abb. 12:
Reifenaufbau, Ersatzmodell

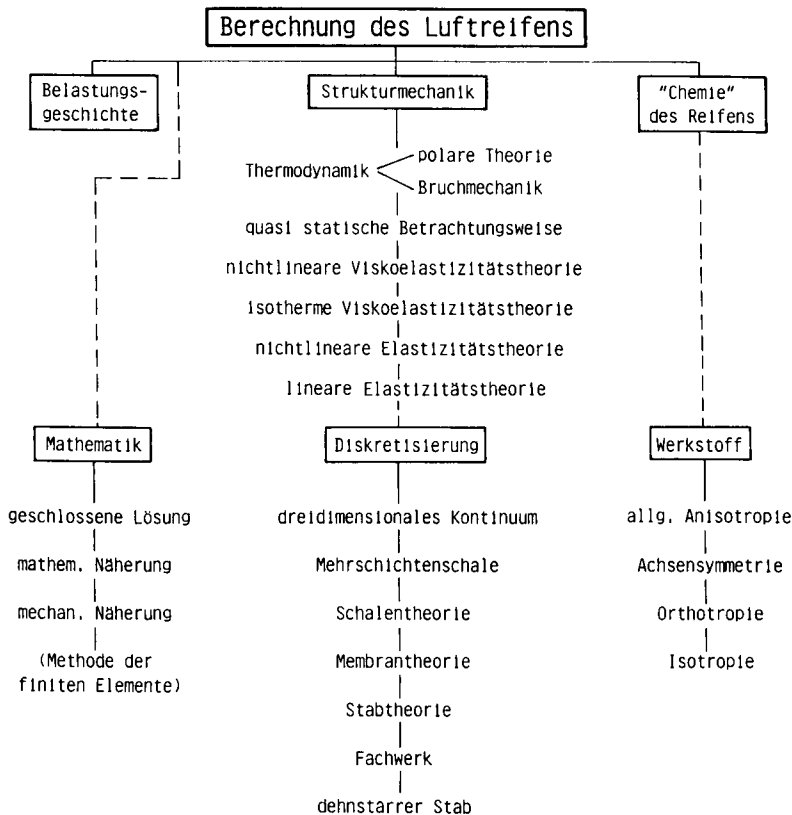


Abb. 13:
Hierarchie der Berechnung von Luftreifen

In den Struktur- und Diskretisierungsmodellen (Abb. 15) kann hier nur angedeutet werden, wo deren Möglichkeiten und Grenzen liegen.

Will man jedoch dem anisotropen Reifenaufbau Rechnung tragen, so bietet sich die Methode der finiten Elemente an. Es stellt sich heraus, daß eine 2D- bzw. 3D-Elementierung erforderlich ist (Abb. 16 u. [2]).

Symmetrieeigenschaften der Reifenschale lassen sich für die interessierenden Lastfälle nicht ausnutzen, da wegen der gekreuzten Stahl- und Gewebeeinlagen selbst bei reinem Zug Verdrehungen der Elemente auftreten ([2, 3, 12]).

Bei der Abbildung von Verbundwerkstoffen in orthotrope homogenisierte Ersatzwerkstoffe hat sich die in [4] dargestellte Aufteilung als günstig erwiesen. Wünschenswerte Verfeinerungen des Maschennetzes oder eine Erhöhung der Lagenanzahl sind von heutigen Großrechnern noch nicht zu verkraften.

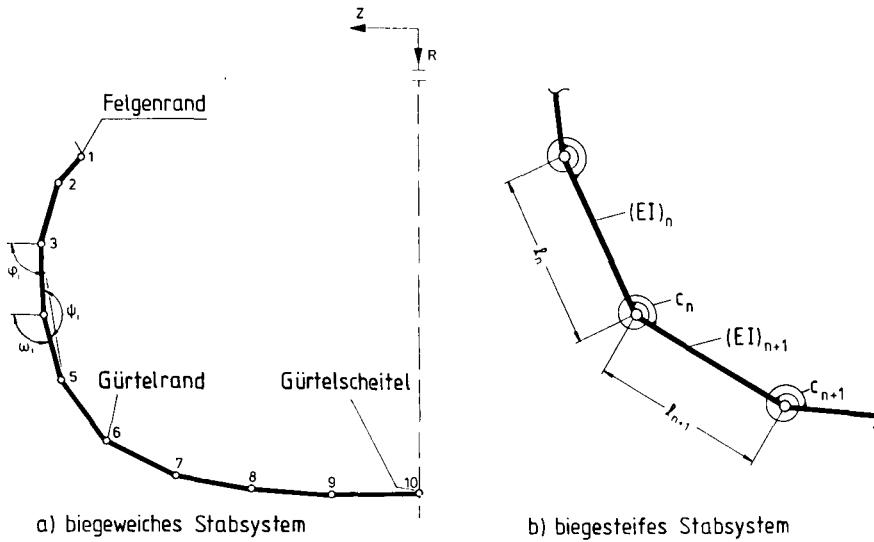


Abb. 14:
Ersatzstab-Modelle

1. Polygonales Stabmodell ohne Drehfedern,
Stabmodell für Schalen-Membrantheorie
2. Polygonales Stabmodell mit Drehfedern,
Stabmodell für Biegetheorie ohne Drillsteifigkeit
3. Zweidimensionale (z.B. 4 Knoten) Elemente für
Reifenscheibe
4. Dreidimensionale (z.B. 8 Knoten) strukturgleiche
finite Verschiebungselemente
5. Kombination von 3D- und 2D-Elementen

Abb. 15:
Struktur- und Diskretisierungs-Modelle

Bei der Approximation der faserverstärkten Lagen des Reifens durch orthotrope, linear elastische, dreidimensionale Elemente tritt der Fall ein, daß die Materialachsen nicht mit dem Koordinatensystem der Geometrie des Elements übereinstimmen ([2, 4]). Insbesondere bei nichtrotationssymmetrischen Belastungszuständen darf die Veränderung des Stahlfaserwinkels in den Gürtellagen bei jedem Lastinkrement nicht vernachlässigt werden. Sie nimmt z.B. bei der Einfederung um 15 mm Größenordnungen von 15 bis 20% an. Es mußte also ein Algorithmus in das am Institut entwickelte Programmsystem PROTECH [5] implementiert werden, der die belastungsabhängigen Änderungen der Faserwinkel in jedem Element individuell erfaßt.

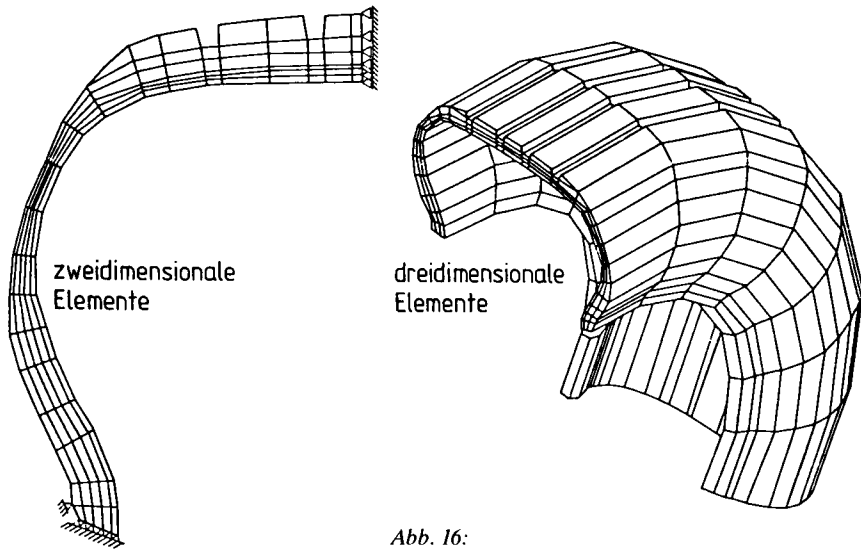


Abb. 16:
Finite-Element-Modelle für Automobil-Reifen

Weitere Hauptprobleme stellen die richtige Diskretisierung und die Rück-Homogenisierung bzw. die Rück-Diskontinuierisierung dar. Selbst die feinste und sorgfältigste Diskretisierung läßt bei der Rück-Diskontinuierisierung am realen Reifen keine verwertbaren Schlüsse auf die Beanspruchung einzelner Fäden und Litzen zu. Dies gilt auch für Aussagen über die Haftspannungen zwischen Fäden und Gummi unter Beachtung thermischer und wiederholter Beanspruchung bei sich ändernden Materialdaten.

Ein anderes zentrales Problem bei der Reifenberechnung ist die rechnerische Ermittlung der a priori unbekannten Aufstandsfläche und die Verteilung der in ihr auftretenden mechanischen Druckspannungen. Die Lösung solcher „Kontaktprobleme mit Reibung“ gehörte vor einigen Jahren noch zu den ungelösten Problemen der Mechanik. Vier parallele Dissertationen habe ich auf die Erforschung dieser wichtigen Aufgabe angesetzt ([6, 7, 8, 9]). Bei der ungewöhnlich schwierigen Materie erwies es sich als Glücksfall, daß ich hierfür neben drei Diplomingenieuren der Vertiefungsrichtung Mechanik auch einen Diplommathematiker gewinnen konnte.

Die Qualität und die Effizienz der von uns entwickelten Algorithmen wurden eingedenk des erwähnten Ausspruchs von Newton an eigens für diesen Zweck von der Continental Gummiwerke AG gebauten Spezialreifen im Großversuch getestet. Das Ergebnis rechtfertigte den Aufwand ([8, 9, 10]). Insbesondere konnten einige der bis dahin ausschließlich experimentell auf Trommelprüfständen ermittelten Laufeigenschaften des Reifens vorausberechnet werden. Je nachdem, ob es sich beim Reifentest um Außen- oder um Innentrommeln handelte, wichen die Ergebnisse zwangsläufig mehr oder weniger stark von den wahren Verhältnissen auf ebener Fahrbahn ab. Neben den Druckverteilungen für die Normalspannungen in der konvexen bzw. konkaven

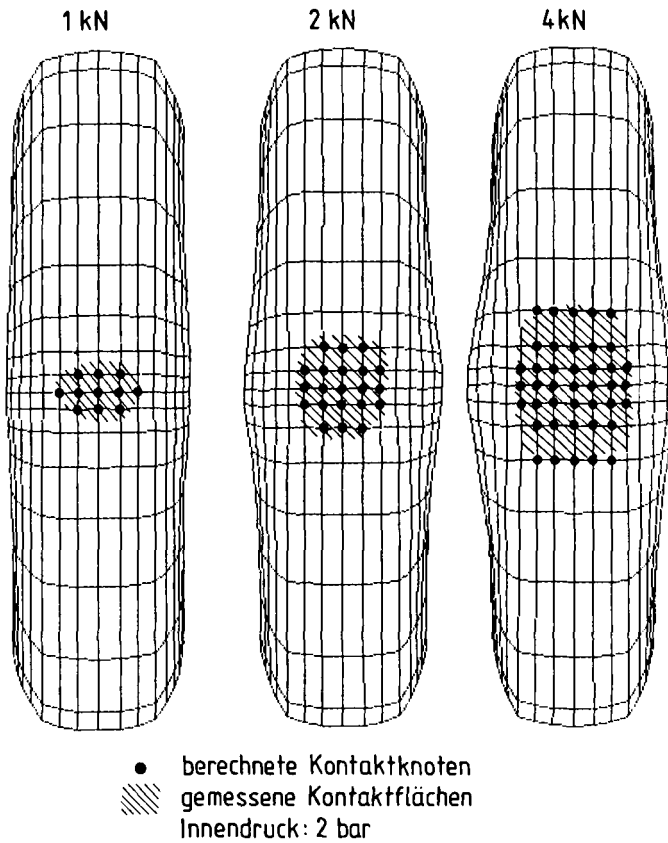


Abb. 17:
Berechnete und gemessene Kontaktflächen

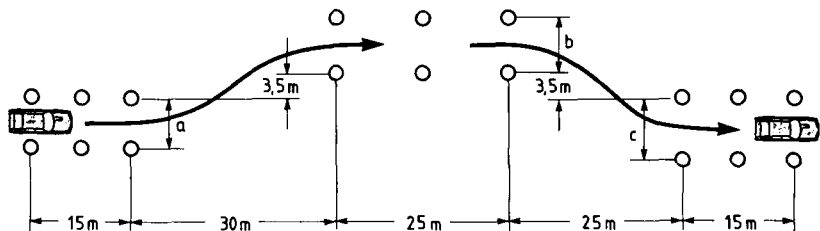
Aufstandsfläche mit den typischen Druck-Gebirgen in den Bereichen der Reifenschulter werden in [8, 10] die asymmetrischen Querschubspannungen und die ebenfalls asymmetrischen Schubspannungen in Laufrichtung des Rades dargestellt. Mit diesen Berechnungen wurde zunächst für die USA eine Entwicklung hin zu ausschließlich horizontal wirkenden Reifenprüfständen theoretisch abgesichert.

Im Vergleich des konventionellen Reifens mit dem neuen CTS (deren seit einigen Jahren übliche farblich dargestellte 3D-FE-Elementierung in der Schriftfassung nicht wiedergegeben werden kann) liegen erste Ergebnisse vor (vgl. [4]). Zunächst ergeben die geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnungen, daß die Federkennlinie des neuen CTS weicher und die Druckverteilung in der Aufstandsfläche gleichmäßiger ist als beim konventionellen Reifen. Dies bedeutet einen besseren Federungskomfort, höheren Kraftschluß auf nasser Fahrbahn und einen geringeren Rollwiderstand. Die

I Konzept	%	CTS-Verbesserung
● Geringeres Systemgewicht	- 10	■■■■■
● Größerer Einbauraum für Bremse	+ 15	■■■■■
II Gebrauchseigenschaften Normalbetrieb		
● Besserer Federungskomfort	+ 10	■■■■■
● Gleiche Fahrstabilität	± 0	
● Gleiches Lenkverhalten	± 0	
● Höherer Kraftschluß auf nasser Straße		
- Bremsverzögerung, Querschleunigung	+ 10	■■■■■
- Aquaplaning	+ 25	■■■■■
● Gleiche Lebenserwartung	± 0	
● Geringerer Rollwiderstand	- 15	■■■■■
III Gebrauchseigenschaften im drucklosen Zustand		
● Problemloser Pannenlauf über mehrere hundert Kilometer		■■■■■

Abb. 18:

Das Entwicklungs-Potential des Conti-Reifen-Systems im Vergleich zum derzeitigen Reifensystem



$$a(b,c) = 1,1(1,2;1,3) \times \text{Kfz-Breite} + 0,25 \text{ m}$$

Abb. 19:

ISO-Fahrkurs bei doppeltem Fahrspurwechsel

bisherigen Fahrversuche und Tests haben diese Leistungsverbesserung auch quantitativ belegt. Das von der Continental Gummiwerke AG angestrebte Anforderungsprofil (Abb. 18 u. [11]) konnte bisher eingehalten werden.

Wie verhält sich der neue Reifen bei doppeltem Fahrspurwechsel, wenn ein oder mehrere Reifen drucklos sind gegenüber allen Positionen mit Normaldruck? Bei hinten rechts drucklos läßt sich die ISO-Strecke (Abb. 19) statt mit 115 km/h noch mit 100 km/h durchfahren, d.h. auch in solch extremer Pannenlauf-Situation bleibt das Auto auch von einem Normalfahrer voll beherrschbar ([11]).

Da für weiter ins Detail gehende Fragen die derzeitige 3D-Elementierung jeden Großrechner aus- bzw. überlastet, mußten wir nach Abhilfe Ausschau halten, um den gesamten Reifen vollständig und feiner elementiert zu analysieren. Mit diesem klaren Ziel war auch der Weg vorgezeichnet. Es mußten Elemente entwickelt werden, die die Vorteile geschichteter 3D-Elemente mit den bekannten Vorzügen einer Schalentheorie vereinigen. Ein solches Schubelastisches 4-Knoten-Schalenelement, das dieses leistet und damit die Anzahl der Knotenfreiheitsgrade gegenüber einer vergleichbaren 3D-Elementierung um 70% vermindert, wurde in [3, 12] vorgestellt.

Ausgehend vom Prinzip der virtuellen Arbeit in inkrementeller Form, werden die Spannungen und die Verzerrungen in zwei (disjunkte) Untermengen eingeteilt. Der Anteil I erfüllt die kinematischen Feldgleichungen in jedem Punkt des Schalenraums exakt. Für den Bestandteil II wird hingegen über das Prinzip der konjugierten virtuellen Arbeiten eine schwache Formulierung der kinematischen Feldgleichungen eingeführt. Man gelangt so zu der Fundamentalbeziehung in Total-Lagrange-Formulierung.

Durch die spezielle Form der gewählten Spannungs-Ansätze können sowohl das die Schubsteifigkeit der Schale überschätzende „shear-locking“ als auch die bei sogenannter reduzierter Integration auftretenden „zero-energy-modes“ verhindert werden. Sämtliche Anteile der Steifigkeits- und Flexibilitätsmatrizen sowie die Vektoren der inneren Kräfte können mittels numerischer Integration über den Reifenkörper in Dickenrichtung berechnet werden.

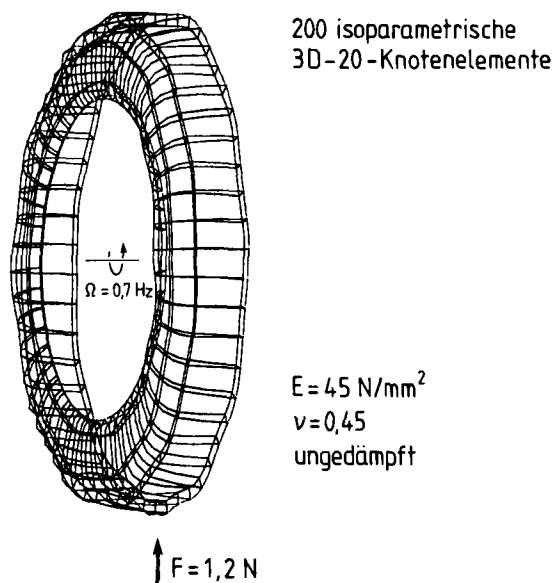


Abb. 20:
Verformung eines rollenden Reifens unter Einzellast

Um die im Pannenlauf des CTS auftretenden Kontaktspannungen des nahezu inkompressiblen Gummireifens sowohl mit der Aufstandsfläche Straße als auch mit der walzenförmigen Felge zu berechnen, wurde in [4] und [13] das Mooney-Rivlin-Materialgesetz verwendet. Man erkennt aus der Gegenüberstellung der Ergebnisse, daß die mit dem Hookeschen Gesetz ermittelten Werte nicht der Realität entsprechen. Dies ist andererseits auch nicht verwunderlich, da mit dem Mooney-Rivlin-Werkstoffgesetz die auftretenden großen Verzerrungen und großen Rotationen besser erfaßt werden können.

Im Bild 20 werden Berechnungs-Ergebnisse des rollenden Reifens gezeigt. Man erkennt sehr gut die wellenförmige Verformung sowohl in Umfangs- als auch in Radial-Richtung.

Vieles bleibt noch zu tun, bis alle Aspekte des thermodynamisch beanspruchten Reifens gelöst sein werden. Hierfür werden noch viel Ingenieurverstand und Beharrlichkeit erforderlich sein. Oder, um es mit Goethe zu sagen: „Gott gibt uns die Nüsse, aber er beißt sie nicht auf.“

Ich danke Ihnen.

Literatur

- [1] Rothert, H., Zastrau, B.: Herleitung und Anwendung einer kontaktproblemorientierten Schalentheorie. Konstruktiver Ingenieurbau-Berichte 38/39, S. 76–84, Vulkan Verlag Essen, 1981.
- [2] Rothert, H., Gall, R.: On the Three Dimensional Computation of Steel-Belted Tires. Tire Science and Technology, TSTCA, Vol. 14, No. 2, pp. 116–124, 1986.
- [3] Rothert, H., Dehmel, W.: Nonlinear Analysis of Isotropic, Orthotropic and Laminated Plates and Shells. First World Congress on Computational Mechanics, University of Texas at Austin, 1986, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 64, pp. 429–446, 1987.
- [4] Rothert, H., Winkelmann, T., Domscheit, A.: Vergleichende Finite-Element-Berechnungen am Conti-Tire-System und an konventionellen Reifensystemen. BMFT Statusbericht, Entwicklungslinien in Kraftfahrzeugtechnik und Straßenverkehr, S. VII 16–27, Verlag TÜV Rheinland, 1987.
- [5] Rothert, H., Domscheit, A., Winkelmann, T.: PROTECH, ein FE-Programmsystem zur nichtlinearen Berechnung mehrdimensionaler Strukturen. Institut für Statik, Universität Hannover, Stand 1987.
- [6] Jacobi, W.: Das geometrisch nichtlineare Kontaktproblem „Elastischer Körper – starres Hindernis“ bei verformungsabhängiger Belastung als restringiertes Minimalproblem. Mitteilung Nr. 29, Dissertation, Institut für Statik, Universität Hannover, 1983.
- [7] Idelberger, H.: Zur Berechnung des Kontaktproblems „Elastischer Körper und starres Hindernis“ unter Berücksichtigung des Coulombschen Reibungsgesetzes mit Hilfe der Finite-Element-Methode. Mitteilung Nr. 30, Dissertation, Institut für Statik, Universität Hannover, 1984.
- [8] Laging, G.: Zur quasistatischen Berechnung des Deformationsverhaltens von Reifen. Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Heft 85/3, Dissertation, Universität der Bundeswehr Hamburg, 1985.
- [9] Gall, R.: Zur Berechnung von faserverstärkten Reifen mit der Methode der Finiten Elemente. Dissertation, Institut für Mechanik, Universität der Bundeswehr Hamburg, 1985.

- [10] Laging, G., Rothert, H.: Numerical Results of Tire - Test Drum Interaction. Tire Science and Technology, TSTCA, Vol. 14, No. 3, pp. 160–175, 1986.
- [11] Mauk, G., Reese, Th.: Schwerpunkte bei der Entwicklung des Conti-Reifensystems (CTS). BMFT Statusbericht, Entwicklungslinien in Kraftfahrzeugtechnik und Straßenverkehr, S. VII 3–15, Verlag TÜV Rheinland, 1987.
- [12] Dehmel, W.: Zur nichtlinearen statischen Berechnung isotroper, orthotroper und geschichteter Flächentragwerke nach der Methode der Finiten Elemente. Dissertation, Institut für Statik, Universität Hannover, Fortschritt-Bericht VDI, Reihe 4, Nr. 77, Düsseldorf, 1986.
- [13] Rothert, H.: On the Finite Element Computation of Passenger Car Tires. Proceedings of the International Conference on Computational Engineering Mechanics (ICCEM), pp. 577–582, Beijing, China, 1987.

Quellennachweis:

- Bilder 1 bis 4: aus E. Tompkins, The History of the Pneumatik Tyre, Dunlop Limited 1981
- Bild 5: Fa. Michelin, Clermont-Ferrand, Frankreich
- Bilder 7, 9: Fa. Continental-Gummiwerke AG, Hannover
- Bilder 8, 18, 19: nach [11]
- Bilder 16, 17: nach [9]